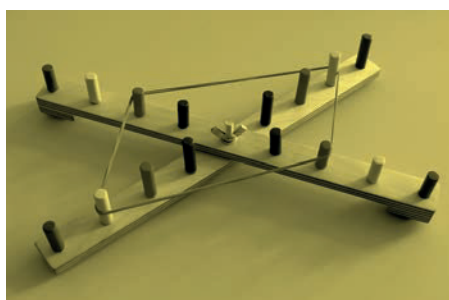
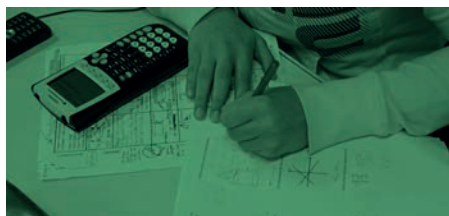


MITTEILUNGEN

DER GESELLSCHAFT FÜR DIDAKTIK DER MATHEMATIK



3.14159265358979323846
2643383279502884197169
3993751058209749445923
0781640628620899862803
4825342117067982148086
5132823066470938446095
5058223172535940812848
1117450284102701938521
1055596446229489549303
8196442881097566593344
6128475648233786783165
2712019091456485669234
6034861045432664821339
3607260249141273724587
0066063155881748815209
2096282925409171536436
7892590360011330530548
8204665213841469519415
1160943305727036575959
1953092186117381932611
7931051185480744623799
6274956735188575272489
1227938183011949129833
6733624406566430860213
9494639522473719070217
9860943702770539217176
2931767523846748184676
6940513200056812714526



96
Januar 2014

Erkki Pehkonen (Universität Helsinki) gab im abschließenden Vortrag zunächst einen Überblick über die weltweite Situation von Problemlöseunterricht und ging im Weiteren auf Problemfelder (einer Art offener Probleme) und deren zunehmender Verwendung im Mathematikunterricht ein. Er erläuterte das dahinter stehende didaktische Konzept mit dem Ziel der Verbesserung schulischen Mathematikunterrichts und stellte Beispiele für Problemfelder vor.

In Ergänzung zu den themenbezogenen Vorträgen gab Gert Mittring (Bonn), der mehrmalige Weltmeister im Kopfrechnen, den interessierten Zuhörern einen Einblick in Höchstleistungen im Kopfrechnen. Neben Rechendemonstrationen (z. B. zum Kalenderrechnen und zur Fingermathematik) wurden einige Rechenkniffe von ihm illustriert und die Bedeutung der Basiskulturtechnik „(Kopf-)Rechnen“ hervorgehoben. Das Ganze erfolgte in einer dialogischen und spielerischen Form.

Die Vorträge werden in einem Tagungsband publiziert. Dieser erscheint unter dem Titel „Mathematische Probleme lösen lernen“ im WTM Verlag Münster, voraussichtlich Ende des ersten Quartals 2014.

Abschließend gilt der Dank der Volkswagen Aktiengesellschaft, dem Stifterverband für die Deutsche Wissenschaft, dem Verein Deutscher Ingenieure (Bezirksverein Braunschweig), dem Bildungshaus Schulbuchverlage Braunschweig, dem Ernst Klett Verlag und dem Verlag für wissenschaftliche Texte und Medien Münster, durch deren Unterstützung die Durchführung des Symposiums überhaupt erst möglich geworden ist.

Frank Heinrich, TU Braunschweig, Institut für Didaktik der Mathematik und Elementarmathematik, Bienroder Weg 97, 38106 Braunschweig, Email: f.heinrich@tu-braunschweig.de

Grußwort der 2. Vorsitzenden der GDM

Silke Ruwisch

Sehr geehrte Damen und Herren,
liebe Kolleginnen und Kollegen,

im Namen der Gesellschaft für Didaktik der Mathematik, der GDM, habe ich die Ehre und das Vergnügen, Sie alle zu dem Symposium „Mathematische Probleme lösen lernen“ begrüßen zu dürfen.



Grußworte im Namen der GDM von Silke Ruwisch (2. Vorsitzende)

Die GDM versteht sich als eine Gesellschaft, in der Personen zusammentreffen, denen das mathematische Lernen und Denken am Herzen liegt. So, wie auch hier bei diesem Symposium, gehören zu den Mitgliedern der GDM Mathematiklehrerinnen und -lehrer aller Schul- und Hochschultypen, Personen aus verschiedenen Bereichen der Schulverwaltung, der Aus-, Weiter- und Fortbildung von Mathematiklehrenden sowie mathematikdidaktisch Forschende.

Wir freuen uns, dass Sie sich zu einem Thema austauschen, das in jüngerer Zeit wieder stärker in den Focus mathematikdidaktischer Diskussion gerückt ist. Im Anschluss an die Ergebnisse internationaler Vergleichsstudien, die mehrfach haben deutlich werden lassen, dass deutsche Schülerinnen und Schüler gerade hinsichtlich des Problemlösens schwächer im Vergleich zu vielen anderen Ländern abschneiden, ist ein verstärktes Interesse an mehr Problemlöseaktivitäten im Mathematikunterricht festzustellen. Die Forderung, Problemlösekompetenzen im Bereich Mathematik zu entwickeln, zählt jedoch schon seit langem zu den grundlegenden und bedeutenden Zielen des Mathematikunterrichts. So hat z. B. Heinrich Winter 1995 den Erwerb von Problemlöse- und heuristischen Fähigkeiten neben der Struktur- und der Anwendungsorientierung von Mathematik als eine der drei wesentlichen Grunderfahrungen hervorgehoben, die den allgemeinbildenden Charakter des Mathematikunterrichts legitimieren, nämlich „... in der Auseinandersetzung mit Aufgaben Problemlösefähigkeiten, die über die Mathematik hinausgehen, (heuristische Fähigkeiten) zu erwerben.“ (Winter 1995, S. 37).

Es ist daher ungemein zu begrüßen, dass in Braunschweig ein Symposium zu diesem Thema

ins Leben gerufen wurde, dass zugleich als Lehrerfortbildungsveranstaltung angelegt ist.¹

Selbstverständlich sprechen noch weitere Gründe für die stärkere Berücksichtigung des Problemlösens im Mathematikunterricht. Mit Zimmermann (2003) u. a.

1. lassen sich gesellschaftliche Gründe nennen, welche eng an die allgemeinbildende Funktion nach Winter anknüpfen, nämlich z. B., dass der heutige Unterricht die Lernenden auf eine jetzt schon komplexe Welt mit noch unbekanntem Herausforderungen in der Zukunft vorbereiten muss, somit auf das Lösen komplexer Probleme.
2. lassen sich lernpsychologische Gründe anführen: Wenn, wie in konstruktivistischer Sicht, Wissen sich kaum direkt vermitteln und übertragen lässt, sondern sich Lernende durch aktive Auseinandersetzung mit dem Lerngegenstand ihr Wissen selbst konstruieren müssen, ist eine entsprechende Unterrichtskultur maßgeblich problemlösend zu gestalten.
3. können pädagogische Gründe angeführt werden, die sich aus den vorangehenden z. T. ableiten lassen, z. B. „entdeckendes Lernen“ an ausgewählten Problemen zu ermöglichen, z. T. aber auch darüber hinaus führen, z. B. das Ermöglichen emanzipatorischer Erfahrungen im Mathematikunterricht;
4. sprechen selbstverständlich auch innermathematische Gründe für das Problemlösen im Mathematikunterricht. So zeigt die Geschichte der Mathematik, dass z. B. von Problemen wie der Kreisquadratur oder der Würfelverdopplung langfristig kräftige Impulse für die Weiterentwicklung der Mathematik ausgingen.
5. Zu guter Letzt möchte ich auf die motivationalen Gründe hinweisen: Problemlösen macht Spaß und kann so auch Spaß an der Mathematik vermitteln.

Neben diesen Gründen sprechen selbstverständlich auch formale Vorgaben für eine Beschäftigung mit dem Problemlösen im Mathematikunterricht. Zwar war das Thema bereits in früheren Rahmenrichtlinien enthalten (z. B. Nds. 1991 oder NRW 1985); aber erst als Reaktion auf die Ergebnisse der TIMS- und der PISA-Studie hat – wie bereits erwähnt – das Problemlösen in der öffentlichen Diskussion und der Bildungspolitik an Relevanz gewonnen: Über die KMK Bildungsstandards (2003 und 2004) und damit die Kerncurricula und Lehrpläne der einzelnen Bundesländer (siehe z. B.

Nds. Kultusministerium 2006) ist das mathematische Problemlösen und damit die Vermittlung heuristischer Verfahren, Strategien und Techniken als „prozessbezogene Kompetenzen“ zu einem wichtigen – jedenfalls wichtigeren – Unterrichtsgegenstand geworden.

Gestatten Sie mir einen kurzen Rückblick auf das Problemlösen in der eigenen Zukunft:² Die deutschsprachige mathematikdidaktische Problemlöseforschung beginnt erst relativ spät. Obwohl der Prozess des Problemlösens von Mathematikern wie Poincaré (1914) und Hadamard (1945) schon frühzeitig diskutiert worden war, fand diese Diskussion kaum Widerhall in der Mathematikdidaktik. So war weder ein größerer Einfluss auf die mathematikdidaktische Forschung noch auf den Mathematikunterricht festzustellen. Selbst Pólyas berühmte „Schule des Denkens“ von 1949 änderte daran zunächst recht wenig.

In den 1960er Jahren zaghaft beginnend – denken Sie z. B. an ein MU-Themenheft zum Problemlösen von 1964 – hat sich ab den 1980er Jahren die Situation ein Stück gewandelt und mit der Wiedervereinigung einen zusätzlichen Schub erhalten. Verschiedene Arbeitsgruppen in ganz Deutschland haben in den vergangenen Jahrzehnten die mathematikdidaktische Forschung zum Problemlösen vorangetrieben. Ich möchte sie hier nicht einzeln aufzählen, aber einige der namhaften Vertreterinnen und Vertreter sind in dieses Symposium ja intensiv eingebunden. Besonders erfreulich ist jedoch, dass neben den „alten Hasen“ der Problemlöseforschung, wie z. B. Karl Kießwetter oder Bernd Zimmermann, in jüngerer Zeit neue Arbeitsgruppen sich der mathematischen Problemlöseforschung widmen und so insbesondere auch in die Breite wirken. Dazu leistet ein derartig prominent besetztes Symposium zum Lernen des mathematischen Problemlösens einen bedeutenden Beitrag.

Freilich haben auch Mathematikdidaktikerinnen und -didaktiker aus dem Ausland deutlich Einfluss auf die Problemlöseforschung in Deutschland genommen. Als erstes fällt einem vielleicht die „Bibel des Problemlösens“, Alan Schoenfelds Buch „Mathematical problem solving“ von 1985 ein. Auch Jeremy Kilpatrick (USA) und Kaye Stacey (Australien) seien stellvertretend erwähnt für Arbeiten, die in verschiedener Weise in der deutschen Mathematikdidaktik aufgegriffen wurden bzw. werden. Darüber hinaus eng mit der deutschen Mathematikdidaktik verbunden müssen vor

¹ Die folgenden Ausführungen lehnen sich sehr eng an die hervorragende Zusammenfassung in der Dissertation von Benjamin Rott (2013) an.

² Auch dieser geschichtliche Rückblick folgt den Ausführungen von Rott (2013).

allem Erkki Pehkonen aus Finnland sowie Éva Vásárhelyi und András Ambrus aus Ungarn erwähnt werden, deren Arbeiten nicht nur aufgegriffen wurden, sondern die immer in regem persönlichen Austausch schon fast als Teil deutscher Problemlöseforschung in der Mathematikdidaktik gelten können.

Natürlich hat es in der mathematischen Problemlöseforschung in den vergangenen Jahren auch Akzentverschiebungen gegeben. Zum einen sind diese der veränderten Sicht auf das Lernen geschuldet und bewegen sich nun im Rahmen konstruktivistischer Lerntheorien. Zum anderen, aber eng mit dem ersten verknüpft, hat sich das Verständnis des mathematischen Problemlösens erweitert. Stand früher häufig der Lösungsprozess eines vorliegenden, spezifisch gefassten Problems im Fokus, so werden inzwischen nicht nur größere Problemfelder einbezogen, sondern über den engeren Lösungsprozess hinaus widmet sich die mathematische Problemlöseforschung ebenso dem Aufwerfen und Finden von Problemen. Auch die beteiligten kreativen und sozialen Prozesse finden stärkere Beachtung. Außerdem ist es für mich besonders erfreulich zu sehen, dass in den vergangenen Jahren das Interesse an mathematischem Problemlösen im Elementar- und Grundschulalter deutlich zugenommen hat. Frei nach dem Motto „Was Hänschen nicht lernt, lernt Hans nimmermehr?“ – Wohl nicht so ganz, auch die größeren Hänschen können und müssen mathematisches Problemlösen noch lernen und ausbauen.

Es ist aber auch festzustellen, dass viele Fragen zum Problemlösen im Mathematikunterricht noch offen sind, z. B. lassen sich in Anlehnung an Vásárhelyi und Zimmermann (2010) Fragen zur Rolle der Metakognition, zur Entwicklung von Bewertungsverfahren für Problemlöseprozesse oder zum mathematischen Problemlösen mit eher leistungsschwächeren Kindern nennen. Ich hoffe und wünsche Ihnen, dass diese Tagung wertvolle Impulse liefert, das „Problem des Problemlösens“ ein Stück weiter zu definieren, aber auch zu lösen.

Momentan warten Sie alle gespannt auf die sicherlich anregenden Vorträge und Diskussionen zum Lösen-Lernen mathematischer Probleme. Über dieses sicherlich sehr fruchtbare Symposium hinaus, darf ich Ihre Aufmerksamkeit auch auf die Tagungen der GDM, z. B. die nächste Jahrestagung in Koblenz vom 10.–14.3.2014 oder – und hier sind wir besonders stolz, den Zuschlag erhalten zu haben – den Internationalen Kongress der Mathematikdidaktik ICME 2016 in Hamburg lenken, dessen Felix-Klein-Symposium sowie Workshop-Nachmittage für Lehrerinnen und Lehrer gerade auch zum Problemlösen ich hier hervorheben möchte.

Doch jetzt wird es Zeit, dass ich zu reden aufhöre, jedoch nicht, ohne Ihnen noch einmal die besten Wünsche der GDM für ein gutes Gelingen dieses Symposiums zu übermitteln, verbunden mit der Hoffnung, dass Sie alle interessante Inputs, anregende Diskussionen und neue Ideen zur Weiterentwicklung des mathematischen Problemlöselernens mitnehmen werden. Und: Vielleicht lösen Sie ja auch selbst das ein oder andere mathematische oder mathematikdidaktische Problem?

Ich danke Ihnen sehr für Ihre Aufmerksamkeit.

Silke Ruwisch

Quellen (ohne Bildungsdokumente)

- Hadamard, Jacques (1945): *The psychology of invention in the mathematical field*. Princeton University Press. Unveränderter Nachdruck von 1954.
- Poincaré, Henri (1914): *Wissenschaft und Methode*. Berlin: Teubner.
- Pólya, George (1949): *Schule des Denkens*. Tübingen: Francke.
- Rott, Benjamin (2013): *Mathematisches Problemlösen – Ergebnisse einer empirischen Studie*. Münster: WTM.
- Schoenfeld, Alan H. (1985): *Mathematical problem solving*. Orlando: Academic Press.
- Winter, Heinrich (1995): *Mathematikunterricht und Allgemeinbildung*. In: *Mitteilungen der Gesellschaft für Didaktik der Mathematik*, Nr. 61, 37–46.
- Vásárhelyi, Éva / Zimmermann, Bernd (2010): *György Polya (1997–1985) – zum Menschen, Mathematiker und Mathematikdidaktiker*. In: *Der Mathematikunterricht* 56(2), 4–12.
- Zimmermann, Bernd (2003): *Mathematisches Problemlösen und Heuristik in einem Schulbuch*. In: *Der Mathematikunterricht*, 49(1), 42–57.